תכנית ההוראה במתמטיקה עבור תלמידי 5 יח״ל בחטיבה העליונה
החל משנה״ל תשע״א

מבוא

החל ממועד הקיץ של שנה״ל תשע״א לא יהיה מיקוד בבגרות במתמטיקה. ביטול המיקוד יאפשר לכל מורה ללמד את תוכנית ההוראה שלו על סמך סדר מתודולוגי המתאים לו ולמקצוע ההוראה, בניגוד למצב שבו סדר ההוראה נקבע על סמך אילוץ חיצוני. תיאור זה הופיע בחוזר המנכ״ל הנוגע לביטול המיקוד:

> *ההחלטה לא לפרסם מיקוד התקבלה על פי המלצתה של ועדת המקצוע, והיא מתבססת על אופיו המיוחד של תחום הדעת מתמטיקה, הבנוי באופן הירכי ונשען על ידע ועל מיומנויות הנבנים נדבך על גבי נדבך.*

ביטול המיקוד חידד עוד יותר את מצוקת השעות שבה נמצאים מורי המתמטיקה בחטיבה העליונה. במציאות הקיימת, מורים רבים אינם מספיקים ללמד את מלוא החומר במידת ההעמקה שהם חפצים בה.

כדי להתמודד עם המצוקה, עלינו לשלב שתי דרכים בעת ובעונה אחת: ארגון נכון של ההוראה, תוך ביסוס הקישוריות בין תחומים שונים, וצמצום של מקצת תכני הלימוד.

צמצום חומר הלימוד במתמטיקה הוא אמנם מהלך הכרחי, אך עלול גם לגרום לנזקים בהמשך. ברור לכל שבלי צמצום החומר, לא ניתן לעמוד במציאות הנוכחית בתוכנית ההיבחנות. מצד שני, אף אחד מאיתנו איננו מעוניין להגיע למצב שבו חצי דור של תלמידים יסיים את התיכון בתת-ידע מתמטי. אנו מעוניינים לשמור על הכבוד שרחשו בעבר המוסדות להשכלה גבוהה, בארץ ובעולם, לבגרות הישראלית במתמטיקה. צמצום יתר של החומר עלול להסיר את ההכרה של המוסדות להשכלה גבוהה באיכות הבגרות המתמטית של השנתונים הבאים. צמצום של חומר רב אמנם יקל על עומס ההוראה של המורים, אך עלול להביא לאי הכרה בבגרות במתמטיקה כתנאי קבלה להמשך לימודים. לכן צמצום החומר חייב להיות מידתי, ולא מעבר לכך.

במהלך צמצום החומר, עלינו להתחשב בחיסכון של זמן ההוראה הגלום בו, אך גם בשמירה על רמה סבירה של בוגרי בתי הספר התיכוניים. אחד השיקולים המרכזיים בבדיקת כל הצעה לצמצום החומר הוא האיזון הדק בין ההקלה על ההוראה של המורה מבחינת זמן, לבין כובד הפגיעה בידיעות ההכרחיות של כל תלמיד. תוכנית הצמצומים כוללת רק נושאים, רחבים או מצומצמים, שהם ״זוללי״ זמן מבלי שיש להם ערך מוסף הכרחי.

להלן מתפרסמות הדרכים המומלצות להתמודד עם הוראת המתמטיקה בחטיבה העליונה בכל אחת מרמות הלימוד ללא מיקוד.

א. מבנה הבחינה של כל שאלון בגרות.

ב. רשימת הנושאים שהוראתם איננה נדרשת בשאלוני הבגרות בכל אחת מרמות הלימוד.

ג. טבלאות שעות הוראה לנושאים השונים במתמטיקה.
הטבלאות כוללות מבט כולל על החטיבה העליונה וכן חלוקה פנימית של נושאי ההוראה בכל כיתה. הטבלאות מתייחסות לשעות המינימום הנדרשות בכיתה שהרכב התלמידים בה אחיד, וכן לשעות המומלצות עבור כיתה שהרכב התלמידים בה איננו אחיד, וחלק מהתלמידים בה משובצים לרמת לימודים גבוהה מהמלצות מורי המתמטיקה בבית הספר.
הטבלאות מתייחסות למספר השעות הנדרש להוראה לאחר צמצום התכנים.

ד. תוכנית הוראה מפורטת המומלצת לכל אחת משנות הלימוד. תוכנית ההוראה מבוססת על מספר מרכיבים:

1. הוראה לפי התוכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשר לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה.

2. תוכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד.

3. תוכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.

מבנה שאלוני הבגרות ברמה של 5 יח"ל

שאלון א' (35806) – 60%   משך השאלון: 3 וחצי שעות
<u>פרק א – בחירה של 2 מתוך 3</u> (תהיה שאלה בכל נושא)
בעיות מילוליות סדרות ואינדוקציה (סדרות או אינדוקציה או שניהם בשאלה אחת) הסתברות
<u>פרק ב – בחירה של 2 מתוך 3</u>
גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור. שאלה 4 : שאלה שניתנת לפתרון בכלים גאומטריים, אך מותר לפתור אותה בעזרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים. שאלה 5 : שאלה שניתנת לפתרון באמצעים גאומטריים או טריגונומטריים, אך מותר לפתור אותה במסגרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים. שאלה 6 : שאלה שניתנת לפתרון בכלים טריגונומטריים, אך מותר לפתור אותה בעזרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים.
<u>פרק ג – בחירה של 2 מתוך 3</u>
חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פולינומים, רציונאליות ושורש ריבועי כולל שימוש באי שוויונות ריבועיים, רציונאליים, ואי-רציונאליים פשוטים
שאלון ב' (35807) – 40%   משך השאלון: 2 שעות
<u>פרק א – בחירה של 2 מתוך 3</u>
וקטורים טריגונומטרייה במרחב גאומטרייה אנליטית מספרים מרוכבים
<u>פרק ב – בחירה של 1 מתוך 2</u>
בעיות גדילה ודעיכה חדו"א של פונקציות מעריכיות לוגריתמיות (בשילוב טריגונומטרייה)

רשימת הנושאים **שאינם כלולים** בשאלוני הבגרות של 5 יח"ל.

מידת התרגול הדרוש בפרקים מסוימים יצטמצם ובהתאם לכך, צומצמו חלק מנושאי הלימוד. כך לדוגמא, הוראת טכניקה אלגברית נועדה בעיקרה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים. לפיכך, ניתן לצמצם את כמויות התרגול באלגברה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל. כמו כן, ניתן לצמצם את כמויות התרגול הטכני בטריגונומטרייה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל. ניתן לראות את פירוט הדרישות בהמשך, באופן שיבהיר את הנדרש.

<u>אלגברה וטכניקה אלגברית</u>

1. חקירת משוואה ריבועית
2. אי שוויונות ריבועיים עם פרמטר למעט לצורך שימוש בחדו"א או בסדרות ואינדוקציה
3. אי שוויונות רציונאליים למעט לצורך שימוש בחדו"א או בסדרות ואינדוקציה או במרוכבים
4. פתרון מערכת משוואות עם שני פרמטרים למעט לצורך שימוש בגאומטרייה אנליטית או בוקטורים
5. נוסחאות ויאטה במספרים ממשיים ובמספרים מרוכבים
6. שאלות מילוליות בהקשר של קנייה ומכירה
7. שאלות מילוליות בהקשר גאומטרי (שאלות בהקשר גאומטרי עשויות להופיע במסגרת בעיות קיצון בחדו"א)
8. אי שוויונות[1] עם ערך מוחלט למעט אי שוויונות המביעים את מושג המרחק בממשיים כגון $|3x-4|<7$, או במרוכבים, או לצורך חדו"א (אינטגרל של $\frac{f'(x)}{f(x)}$).
9. סדרות: מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך, למעט בסדרות חשבוניות והנדסיות
10. סדרות: שברים מחזוריים
11. אינדוקציה: התלכדות סדרות המוגדרות באופנים שונים (למשל ברקורסיה ולפי איבר כללי)
12. משוואות מעריכיות ואי שוויונות מעריכיים, למעט לצורך שימוש בחדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה
13. משוואות לוגריתמיות ואי שוויונות לוגריתמיים, למעט לצורך שימוש בחדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה

<u>וקטורים</u>

14. הוכחה של משפט של גאומטריית המישור באמצעות וקטורים
15. הוכחה של המשפטים בוקטורים

[1] נותרו שוויונות עם ערך מוחלט יחיד.

גאומטרייה אנליטית

16. זווית בין ישרים (נושא זה יישאר במסגרת וקטורים)

17. משוואת חוצה הזווית בין ישרים

18. היפרבולה

19. מציאת משיק לצורה מנקודה שמחוץ לצורה (לכל הצורות)

20. תנאי ההשקה למעגל (הוכחת הנוסחה ושימוש בה)

גאומטרייה

21. משפט חוצה זווית חיצונית במשולש והשימושים שלו

טריגונומטרייה

22. שימוש בזהויות בטריגונומטרייה מעבר לשימושים הבאים:

    א. פתרון משוואות טריגונומטריות פשוטות במסגרת חדו"א

    ב. שימוש פשוט במסגרת שאלות טריגונומטריות במישור

23. הנוסחה למציאת $\tan(\alpha \pm \beta)$, וכן השימוש בפונקציה tan למציאת זווית בין ישרים במסגרת גאומטרייה אנליטית.

24. גליל וחרוט: ייתכנו מקרים שבהם יידרש ידע על צורות אלה (נפח או שטח פנים) במסגרת בעיות קיצון בחדו"א

25. מינסרה ישרה שבסיסה איננו מלבן או משולש

26. פירמידה ישרה שבסיסה איננו מלבן או משולש ישר זווית או משולש חד זווית

חשבון דיפרנציאלי ואינטגראלי

27. נגזרת של פונקציה סתומה

28. המהירות כנגזרת

29. אינטגרציה באמצעות שיטת ההצבה: ייתכנו מקרים שבהם תידרש אינטגרציה מורכבת באמצעות זיהוי של נגזרת פנימית ונגזרת חיצונית בתוך האינטגרנט, אך לא יהיה צורך להיעזר בשיטת ההצבה.

טבלאות שעות הוראה לנושאים השונים במתמטיקה בהיקף של 5 יח״ל

בטבלאות הבאות מוצגת ההצעה של הפיקוח על המתמטיקה לחלוקת שעות ההוראה בין הנושאים השונים הכלולים בתכנית הלימודים. הצעה זו נבדקה ואושרה על ידי מורים בכירים רבים כהצעה מומלצת שניתנת ליישום במגוון רחב של כיתות בעלי הרכבי אוכלוסייה שונים. הטבלה הראשונה מתבוננת על ההוראה בחטיבה העליונה כאל מיקשה אחת, ובכך נותנת תמונה כוללת לגבי המשקל היחסי שיש לתת לכל נושא בהוראת המתמטיקה. הטבלאות העוקבות מתייחסות למספר השעות הדרוש בכל אחת משנות הלימוד בנפרד, ובכך נותנות למורה כלי יסודי לארגון ההוראה בכל אחת משנות הלימוד.

לכל נושא הוגדר תחום השעות המתאים להוראתו, הכולל הוראה, תרגול ובחינות:

- שעות המינימום בכל נושא מתאימות לכיתה שהרכב התלמידים בה אחיד, ויש בה אווירת לימודים נאותה.
- שעות המקסימום נועדו לכיתה שהרכב התלמידים בה איננו אחיד, כי לומדים בה במשולב תלמידי 4 יח״ל עם תלמידי 5 יח״ל, או כי חלק מהתלמידים בה משובצים לרמת לימודים גבוהה מההמלצות של מורי המתמטיקה בבית הספר.

טבלת שעות הוראה כללית לנושאים השונים במתמטיקה לתלמידי 5 יח״ל

נושא ההוראה	שעות הוראה מומלצות
אלגברה	90 - 70
טריגונומטרייה במישור ובמרחב	90 – 75
גאומטרייה	55 – 45
גאומטרייה אנליטית	50 – 40
חשבון דיפרנציאלי ואינטגראלי	110 – 95
הסתברות	25 – 20
סדרות ואינדוקציה	50 – 45
וקטורים	45 – 40
מספרים מרוכבים	25 - 20
סך הכל	540 - 450

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י׳ לתלמידי 5 יח״ל

נושא ההוראה	שעות הוראה מומלצות
טכניקה אלגברית	25 – 20
שאלות מילוליות	15 – 10
טריגונומטרייה במישור ובמרחב	40 – 35
גאומטרייה	25 – 20
גאומטרייה אנליטית	10 – 5
חשבון דיפרנציאלי	35 – 30
סך הכל	150 - 120

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י״א לתלמידי 5 יח״ל

נושא ההוראה	שעות הוראה מומלצות
אלגברה (טכניקה ושאלות מילוליות)	25 – 20
טריגונומטרייה במישור ובמרחב	30 – 25
גאומטרייה	30 – 25
חשבון דיפרנציאלי ואינטגראלי	50 – 45
הסתברות	30 – 25
סדרות ואינדוקציה	45 – 40
סך הכל	210 - 180

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י״ב לתלמידי 5 יח״ל

נושא ההוראה	שעות הוראה מומלצות
אלגברה	25 – 20
טריגונומטרייה במרחב	20 – 15
גאומטרייה אנליטית	40 – 35
חשבון דיפרנציאלי ואינטגראלי	25 – 20
וקטורים	45 – 40
מספרים מרוכבים	25 – 20
סך הכל	180 - 150

פירוט תכנית ההוראה בכיתה י׳ עבור תלמידי 5 יח״ל

תכנית הוראה בכיתה י׳ היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהטכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו״א. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה. תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.

בכיתה י׳ נלמדים הנושאים הבאים: מבוא לגאומטרייה אנליטית, גאומטרייה, טריגונומטרייה, חדו״א ואלגברה. להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י׳ בכל אחד מהנושאים.

<u>מבוא לגאומטרייה אנליטית</u>

יש ללמד נושא זה בכיתה י׳ רק בעומק הדרוש לצורך שימושים שונים כגון פתרון בעיות, טריגונומטרייה או חשבון דיפרנציאלי.

מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

ישרים: משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

מעגל: משוואת מעגל שמרכזו בראשית הצירים (לצורך הוראת המעגל הטריגונומטרי).

<u>גאומטרייה אוקלידית</u>

הוראת הגאומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

חטיבת ביניים: מבוא, משולשים, מרובעים ותכונותיהם.

כיתה י׳: פרופורציה ודמיון.

כיתה י״א: מעגל, קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית ובמעגל.

<u>פירוט התכנים לכיתה י׳:</u>

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם.

דמיון משולשים ומצולעים.

מפגש התיכונים במשולש, חלוקת קטע ביחס נתון, חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית.

משפט חוצה זווית פנימית במשולש.

שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים).

היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים.

היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).

בשל הקושי המושגי הכרוך בהבנת מקום גאומטרי, מומלץ לדחות לסוף כיתה י׳ את הוראת הנושאים הבאים: האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חסום.

מלבד המקומות בהם הדבר מצוין במפורש, נדרש להכיר את כל ההגדרות, המשפטים, והוכחותיהם.

במסגרת לימודי כיתה י׳ יש לחזור ולהעמיק תכנים של חטיבת הביניים:

חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. הגדרות, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. משולשים, ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים וגבהים. משפט פיתגורס.

הערה: שאלות בגאומטרייה אוקלידית ניתן לפתור בשיטות של גאומטרייה אוקלידית או בכל דרך אחרת.

טריגונומטרייה:

הוראת הטריגונומטרייה כוללת התייחסות לפעילויות במישור ובמרחב בכל שנות הלימוד, ומפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י׳: מעגל טריגונומטרי, פונקציות טריגונומטריות, זהויות ומשוואות בסיסיות, יישומים בסיסיים במישור ובמרחב.

כיתה י״א: זהויות ומשוואות מתקדמות, יישומים מתקדמים במישור והרחבת היישומים במרחב.
במקביל נלמדת חדו״א של פונקציות טריגונומטריות.

כיתה י״ב: יישומים במרחב.
יישומים בוקטורים ובמספרים מרוכבים.

פירוט התכנים לכיתה י׳:

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקצית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה, של זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם צירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות מעגל היחידה בפתרונן, מהצורה $\sin(ax+b)=c$, $\cos(ax+b)=c$, $\tan(ax+b)=c$ $a\cdot\sin x\pm b\cdot\cos x=0$, $\sin\alpha=\sin\beta$, $\cos\alpha=\cos\beta$, $\tan\alpha=\tan\beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות:

יידרש שימוש בזהויות לפתרון בעיות במישור,ומשוואות טריגונומטריות (במסגרת חדו״א בלבד).

פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית.

הכרת משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בסיסי בהם להתרת משולש כללי.

נוסחת שטח המשולש $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\gamma$.

יישומים בקובייה ובתיבה: יש לחשוף את התלמידים לנושא של טריגונומטרייה במרחב כבר בכיתה י׳ למרות שבחינת הבגרות בנושא היא בכיתה י״ב.

ישר מאונך למישור, זווית בין קטעים (מקצועות או אלכסונים), פתרון משולשים ישרי זווית בקובייה ובתיבה.

<u>חשבון דיפרנציאלי:</u>

הוראת חשבון דיפרנציאלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י׳:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).
כיתה י״א:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקצית שורש ריבועי. במקביל נלמד חשבון אינטגראלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות.
כיתה י״ב:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות. במקביל נלמד חשבון אינטגראלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.

<u>פירוט התכנים לכיתה י׳:</u>

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. נקודות חיתוך עם צירים , עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד׳.

הנגזרת של x^k (k <u>טבעי</u> או 0). נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$).

שימושי הנגזרת:

א. משוואת משיק

ב. חקירת פונקציות: נקודות קיצון, תחומי עלייה ירידה , חיתוך עם הצירים.

ג. בעיות ערך קיצון (כולל קיצון בקצות קטע סגור).

ד. מציאת פונקציה קדומה לפונקצית הנגזרת.

<u>אלגברה</u>

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י׳:	מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.
כיתה י״א:	שאלות מילוליות, טכניקה אלגברית מתקדמת סדרות ואינדוקציה
כיתה י״ב:	אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה גאומטרייה אנליטית ומספרים מרוכבים

<u>פירוט התכנים לכיתה י׳:</u>

הוראת האלגברה בכיתה י׳ נועדה בעיקרה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים. לפיכך, יש לצמצם את התרגול הטכני באלגברה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל.

חזרה והעמקה בחומר של חטיבת הביניים (תוך כדי הוראת הנושאים החדשים): פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות. פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה ומערכות משוואות עם שני משתנים. חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

פתרון משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד).

פתרון מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים).

מערכת משוואות ממעלה שנייה, לכל היותר. לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד׳).

משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ כאשר רק $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.

שורשים: מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

פתרון של שאלות מילוליות.

פירוט תוכנית ההוראה בכיתה י"א עבור שאלוני 5 יח"ל – תוכנית הניסוי

תכנית הוראה בכיתה י"א היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהטכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו"א. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה. תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.

בכיתה י"א נלמדים הנושאים הבאים: גאומטרייה, טריגונומטרייה, חדו"א, אלגברה והסתברות.
להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י"א בכל אחד מהנושאים.

<u>גאומטרייה אוקלידית</u>

הוראת הגאומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

חטיבת ביניים:	מבוא, משולשים, מרובעים ותכונותיהם.
כיתה י':	פרופורציה ודמיון.
כיתה י"א:	מעגל, קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית ובמעגל.

<u>פירוט התכנים לכיתה י"א:</u>

לימוד או חזרה והעמקה של חומר מחטיבת הביניים: המעגל.

חזרה והעמקה של חומר מכיתה י'.

קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.

קטעים פרופורציוניים במעגל. מיתרים נחתכים במעגל. חותך ומשיק מנקודה חיצונית למעגל, שני חותכים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

הערה: **<u>שאלות בגיאומטריה אוקלידית ניתן לפתור בשיטות של גיאומטריה אוקלידית או בכל דרך אחרת.</u>**

<u>טריגונומטרייה:</u>

הוראת הטריגונומטרייה כוללת התייחסות לפעילויות במישור ובמרחב בכל שנות הלימוד, ומפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י':	מעגל טריגונומטרי, פונקציות טריגונומטריות, זהויות ומשוואות בסיסיות, יישומים בסיסיים במישור ובמרחב.
כיתה י"א:	זהויות ומשוואות מתקדמות, יישומים מתקדמים במישור והרחבת היישומים במרחב. במקביל נלמדת חדו"א של פונקציות טריגונומטריות.
כיתה י"ב:	יישומים במרחב. יישומים בוקטורים ובמספרים מרוכבים.

פירוט התכנים לכיתה י"א:

יש לצמצם את התרגול הטכני בטריגונומטרייה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל.

הזהויות עבור $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$,

$\cos\alpha \pm \cos\beta$, $\sin\alpha \pm \sin\beta$ ושימוש בהן.

שימוש בזהויות יידרש רק לפתרון בעיות ומשוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) לבעיות גאומטריות, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

חזרה והעמקה של השימוש במשפט הסינוסים ובמשפט הקוסינוסים בבעיות במישור. יישומים במישור, תוך שימוש במשפטים מגאומטרייה אוקלידית ובזהויות טריגונומטריות. בפתרון בעיות גאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות השונות, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

הערות:

א. לא יידרש פתרון המשוואה $a\sin x + b\cos x = c$ במקרה: $c \neq 0$ ו- $a \neq b$.

ב. פתרון משוואות טריגונומטריות לא יידרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

ג. לא יידרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

יישומים במרחב: יש לחשוף את התלמידים לנושא של טריגונומטרייה במרחב כבר בכיתה י' ובכיתה י"א למרות שבחינת הבגרות בנושא היא בכיתה י"ב.

התלמידים יכירו את תכונות הגופים הבאים כולל חישוב שטח פנים, שטח מעטפת ונפח: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה מצולע כלשהו, גליל ישר וחרוט ישר.

בגופים אלה (מלבד גליל ישר וחרוט ישר) התלמידים יישמו את ההגדרות, המושגים והמשפטים הבאים: ישר מאונך למישור, זווית בין קטעים, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין משופע למישור, משפט שלושת האנכים, פתרון משולשים ישרי זווית בגופים שברשימה.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

הוראת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י':	הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).
כיתה י"א:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקצית שורש ריבועי.
	חשבון אינטגראלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות.
כיתה י"ב:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
	חשבון אינטגראלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות.

פירוט התכנים לכיתה י"א:

חזרה, העמקה והרחבה של נגזרות של פונקציות שנלמדו בכיתה י'.

פונקצית הערך המוחלט, אי גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתוכנית של כיתות י' י"א).

תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקצית שורש ריבועי.

נגזרת של סכום, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

מציאת פונקציה קדומה לכל הנגזרות של הפונקציות שצוינו לעיל.

הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (מכל הסוגים כולל בעיות נפח ושטח פנים של גופים פשוטים, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).
- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות).
- לכל הפונקציות המצוינות למטה יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונאלית עם מכנה ליניארי על ידי חילוק פולינומים. מציאת אינטגרל מהצורה: $\int f'(u)\cdot u'dx$ (u היא פונקציה של x), באמצעות זיהוי הנגזרת החיצונית של פונקציה מורכבת ונגזרתה הפנימית, לדוגמה:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3+2} \quad + C$$

- האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

- האינטגרלים בפרק זה כוללים: פונקציות פולינום, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות), פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c\cdot f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$, או $\frac{c\cdot f'(x)}{(f(x))^n}$ (n שלם, $n\neq 1$).

בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, ייתכן שימוש בחלוקת פולינומים.

<u>אלגברה</u>

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא :

כיתה י׳ :	מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.
כיתה י״א :	שאלות מילוליות, סדרות ואינדוקציה, טכניקה אלגברית מתקדמת
כיתה י״ב :	אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה, גאומטרייה אנליטית ומספרים מרוכבים

<u>פירוט התכנים לכיתה י״א :</u>

שאלות מילוליות:

שאלות תנועה, שאלות הספק, ושאלות תערובות.

בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

סדרות ואינדוקציה:

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, מבלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.

סדרות מעורבות.

עקרון ההוכחה באינדוקציה. הוכחות באינדוקציה של זהויות, אי שוויונות, התחלקויות במספר נתון.

טכניקה אלגברית מתקדמת:

חזרה והעמקה על חומר הלימוד מכיתה י׳.

הוראת האלגברה בכיתה י״א נועדה בעיקרה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים. לפיכך, יש לצמצם את התרגול הטכני באלגברה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל.

אי שוויונות ריבועיים עם פרמטר רק לצורך שימוש בחדו״א ובשאלות מילוליות.

שוויונות עם ערך מוחלט אחד, כגון $\left|\frac{2x-5}{x+3}\right| = 3$ או $\left|x^2-5x+6\right| = 2$.

אי שוויונות עם ערך מוחלט ללא פרמטרים (כחלק מבעיה כוללת, ולא כשאלה או סעיף נפרדים) :

אי שוויונות ליניאריים בערך מוחלט עם ביטוי ליניארי ומספר ממשי המביעים את מושג המרחק ,

לדוגמה : $\left|2\mathrm{x}-5\right| < 3$.

חלוקת פולינומים בפולינום ליניארי (רק כטכניקה נדרשת, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

<u>הסתברות</u>

הסתברות קלאסית : אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת שלבי (טבלאות ועצים).

התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

הערה : יש ללמד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

פירוט תוכנית ההוראה בכיתה י״ב עבור שאלוני 5 יח״ל – תוכנית הניסוי

תכנית הוראה בכיתה י״ב היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהטכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו״א. כמו כן, מומלץ ללמד את נושא הוקטורים לפני הוראת מספרים מרוכבים או גאומטרייה אנליטית, ולהעזר בידע הוקטורים שנרכש קודם בהוראת נושאים אלה. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה.
תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.
בכיתה י״ב נלמדים הנושאים הבאים : וקטורים, מספרים מרוכבים, גאומטרייה אנליטית, טריגונומטרייה במרחב ,אלגברה וחדו״א של חזקות מעריכים ולוגריתמים. להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י״א בכל אחד מהנושאים.

<u>וקטורים</u>

מומלץ ללמד את נושא הוקטורים לפני הוראת מספרים מרוכבים או גאומטרייה אנליטית.

וקטורים כחיצים במישור ובמרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב.
המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית. יש ללמד הוכחות של תכונות גאומטריות במישור ובמרחב באמצעות וקטורים, אך לא תידרש בבחינה הוכחה של משפט גאומטרי באמצעות וקטורים.
מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בוקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. מצב הדדי של ישרים. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב. מצב הדדי בין מישורים, ובין ישר ומישור.
חישובי מרחקים : בין שתי נקודות, בין נקודה לישר, בין נקודה למישור, בין ישרים מקבילים ובין ישרים מצטלבים, בין ישר למישור, ובין שני מישורים.
חישוב זוויות : בין שני ישרים, בין שני מישורים, ובין ישר למישור.
להלן המשפטים הנדרשים בנושא הוקטורים ללא הוכחה (לשימושים בחישובים).

א. ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.

ב. ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.

ג. ישר l ניצב למישור ABC אם ורק אם $l\cdot \vec{OA} = l\cdot \vec{OB} = l\cdot \vec{OC}$ כאשר l וקטור על הישר ו-O ראשית הצירים.

ד. כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.[2]

[2] משפט זה מביע את יחידות ההצגה של וקטורים בייצוגם האלגברי ובייצוגם הגאומטרי:
א. ייצוג אלגברי – וקטור מיוצג בשני ביטויים אלגבריים שונים אם ורק אם קיים שוויון בין כל הרכיבים המתאימים.

ה. כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

מספרים מרוכבים

יש ללמד מספרים מרוכבים לאחר פרק הוקטורים, ואז לנצל את הידע שנרכש עד כה, לדוגמה: מושג הערך המוחלט.

הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני.

הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה-מואבר, שורשי יחידה, שורשים.

המשמעויות הגיאומטריות של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים.

הערה: בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש ידע בסדרות, ושימוש בזהויות טריגונומטריות.

גיאומטריה אנליטית

יש ללמד גאומטרייה אנליטית לאחר פרק הוקטורים, ואז לנצל את הידע שנרכש עד כה, לדוגמה: חלוקת קטע ביחס נתון.

מרחק בין שתי נקודות, שיפוע ישר על פי שתי נקודות, משוואת ישר (על פי שיפוע ונקודה, ועל פי שתי נקודות), נקודת חיתוך של שני ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, חלוקת קטע ביחס נתון[3], מרחק של נקודה מישר[4].

מעגל (כללי), התנאי שהמשוואה $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ היא משוואה של מעגל. משיק למעגל בנקודה עליו.

פרבולה: הגדרתה כמקום גאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד , מדריך ומשוואת המשיק בנקודה על הפרבולה.

אליפסה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית שלה, ציריה ומוקדיה, המצב ההדדי בין ישר לאליפסה כפי שבאה לידי ביטוי בסימן של הדיסקרימיננטה המתאימה.

פתרון בעיות המשלבות צורות שונות מבין הצורות שתוארו לעיל.

מקומות גיאומטריים.

<u>טריגונומטרייה במרחב:</u>

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגאומטרייה ובזהויות טריגונומטריות בסיסיות.

חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זוויות.

בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים: זווית בין ישרים, ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זווית בין ישר למישור, זווית בין מישורים.

ב. ייצוג גאומטרי – וקטור שייצוגו הגאומטרי מורכב מסכומים הפרשים או כפל בסקלר של וקטורים אחדים, שווה לכל וקטור שמוצאו מאותה נקודת המוצא, וקצהו באותה נקודת הקצה.

[3] יש ללמד נושא זה רק במקביל או לאחר הוראתו במסגרת וקטורים

[4] נושא הזווית שבין שני ישרים יילמד רק במסגרת וקטורים

לצורך פתרון הבעיות ייתכן שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטרייה למציאת זוויות. פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, נוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\gamma$, משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים והשימוש בהם להתרת משולש כללי.

__אלגברה__

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י׳:	מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.
כיתה י״א:	שאלות מילוליות, סדרות ואינדוקציה, טכניקה אלגברית מתקדמת
כיתה י״ב:	אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה, גאומטרייה אנליטית ומספרים מרוכבים

__פירוט התכנים לכיתה י״ב:__

חזקות ומעריכים:

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי.

שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

פונקציות מעריכיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות מעריכיות ואי שוויונות מעריכיים, על פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה.

לוגריתמים:

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס.

הפונקציות הלוגריתמיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות לוגריתמיות ואי-שוויונות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה.

בעיות גדילה ודעיכה:

גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית, זמן מחצית חיים.

__**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:**__

הוראת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י׳:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).
כיתה י״א:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקצית שורש ריבועי. חשבון אינטגראלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות.
כיתה י״ב:	הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות. חשבון אינטגראלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.

פירוט התכנים לכיתה י"ב:

מושגי יסוד שנלמדו בכיתות י' י"א:

משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

פונקצית הערך המוחלט, אי גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתוכנית של כיתה י"ב).

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.

נגזרות של פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות, ופונקציות טריגונומטריות.

נגזרת של סכום, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות. מציאת פונקציה קדומה לכל הנגזרות של הפונקציות שצוינו לעיל.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור בהקשר של אינטגרלים או של גרפים של פונקציות רלוונטיות בשאלון (כולל קיצון בקצה קטע סגור).
- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הבא:

  אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור $\ln x$, $\log_a x$, e^x , a^x ושילובים פשוטים שלהם.

  עבור $\ln f(x)$, $\log_a f(x)$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה.

  לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקצית חזקה עם אחת הפונקציות הללו.

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), הפונקציות המעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x , a^x , $\frac{1}{x}$, וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$, $\frac{1}{f(x)}$, כאשר $f(x)$ לינארית, $\frac{f'(x)}{f(x)}$ ושילובן בפונקצית רציונאליות וטריגונומטריות.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת.

אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה.

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערות:

1. הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות x^r והפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל את כל הנושאים, המיומנויות (האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלון הקודם.

לדוגמה: ייתכנו אינטגרלים מהצורה $\int \frac{e^x}{e^x+1}dx = \ln(e^x+1) + C$

$$\int \frac{x^3-x^2+x-1}{x+3}dx = \int\left(x^2-4x+13-\frac{40}{x+3}\right)dx$$

2. פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות שיש בהן מרכיב טריגונומטרי עשויות להידרש הן בחשבון הדיפרנציאלי והן בחשבון האינטגרלי.